



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
NAȚIONALE

**Matematika tantárgyverseny**  
**Megyei szakasz, 2014. március 8.**

**VIII. OSZTÁLY**

**1. feladat.** Az  $ABCD A'B'C'D'$  téglatestben  $AB = 12\sqrt{3}$  cm és  $AA' = 18$  cm. Legyenek  $P \in [AA']$  és  $N \in [A'B']$  úgy, hogy  $A'N = 3B'N$ .

Számítsd ki az  $[AP]$  szakasz hosszát, ha bármely  $M \in [BC]$  pont esetén az  $MNP$  háromszög derékszögű  $N$ -ben!

*Gazeta Matematică*

**2. feladat.** Minden nullától különböző  $a$  természetes szám esetén jelöljük  $p(a)$ -val a legnagyobb olyan négyzetszámot, ami nem nagyobb  $a$ -nál.

a) Határozd meg azon nullától különböző természetes számokból álló  $(m, n)$  számpárok számát, amelyekre  $m \leq n$ , és

$$p(2m - 1) \cdot p(2n - 1) = 400.$$

b) Határozd meg az  $\left\{ n \in \mathbb{N}^* \mid n \leq 100 \text{ és } \frac{p(n+1)}{p(n)} \notin \mathbb{N} \right\}$  halmaz elemeit!

**3. feladat.** Az  $a$  oldalú  $ABCDEF$  szabályos hatszög  $A$  csúcsában a hatszög síkjára állított merőlegesen felvesszük az  $S$  pontot úgy, hogy  $AS = 2a\sqrt{3}$ . Az  $M, N, P, Q$  illetve  $R$  pontok az  $A$  pont vetületei az  $SB, SC, SD, SE$  illetve  $SF$  egyenesre.

a) Bizonyítsd be, hogy az  $M, N, P, Q, R$  pontok egy síkban vannak!

b) Határozd meg az  $(MNP)$  és  $(ABC)$  síkok által bezárt szög mértékét!

**4. feladat.** Adott az  $n \geq 2$  természetes szám. Határozd meg az

$$S = [x_2 - x_1] + [x_3 - x_2] + \dots + [x_n - x_{n-1}]$$

összeg lehetséges értékeinek halmazát, ahol  $x_1, x_2, \dots, x_n$  olyan valós számok, amelyek egészrészei  $1, 2, \dots, n$  ebben a sorrendben és  $[x]$  az  $x$  valós szám egészrészét jelöli.

*Munkaidő 4 óra.*

*Minden feladatra 7 pont szerezhető.*